第１講　基本事項チェック

～最低限これだけは押さえよう～

◎対称移動

$y=f(x)$とすると…

x軸に関して対称移動$-y=f(x)\leftrightarrow y=-f(x)$

y軸に関して対称移動：$y=f(-x)$

原点に関して対称移動：$y=-f(-x)$

「x軸に関して」ならyにマイナスをつける。

「y軸に関して」ならxにマイナスをつける。

「原点に関して」なら両方にマイナスをつける。

◎平行移動

$y=f(x)$とすると…

x軸方向にp, y軸方向にq だけ平行移動

：$y-q=f(x-p)\leftrightarrow y=f(x-p)+q$

「x軸方向にp」ならxを $x-p$に改める。

「y軸方向にq」ならyを $y-q$に改める。

【別解】

Cを原点に関して対称移動し、 さらにx軸方向に 5、 y軸方向に-3 だけ平行移動して 得られた放物線をC'とする。	そう、CからじゃなくC'から攻めるという、必殺逆パターン！
C'は原点を通るので $y=-x^2+px$ …① とおくことができる。	すると未知数が１つしか出てこない…!?
これが点$(3,1)$も通るので①に代入して $-9+3p=1 \Leftrightarrow p=\frac{10}{3}$	
よってC'は $y=-x^2+\frac{10}{3}x$ と表される。	簡単にC'が求められた あとは対称移動・平行移動を 問題と逆に（Cに向かって）行うだけだ！
C'をx軸方向へ-5、 y軸方向へ 3 だけ平行移動すると、 $y-3=-(x+5)^2+\frac{10}{3}(x+5)$ $\Leftrightarrow y=-x^2-\frac{20}{3}x-\frac{16}{3}$ となり、 さらに原点に関して対称移動すると $y=x^2-\frac{20}{3}x+\frac{16}{3}$ となる。	←これがもとのCに等しいから、 xの項、定数項がそれぞれイコールの関係。
これは放物線C:$y=x^2+ax+b$ に等しいので、係数を比較して $a=-\frac{20}{3}$, $b=\frac{16}{3}$ …（答）　」	お疲れさまでした！

【解説】

この問題では、対称移動、平行移動（以後、「操作」といいます）の後にできた放物線は
<u>**原点**</u>と点$(3,1)$を通るというものです。
なぜ「原点」を強調したかわかりますか？そう、原点は特殊な点なんですね。
どう特殊かというと、座標が$(0,0)$だということです。
原点を通るんだから、操作後の放物線C'のxに 0 を代入するとyも 0 になる。
①の右辺に$+q$ がないことに違和感を感じた人もいるかもしれませんが、qが 0 以外なら、C'は$(0,0)$を通らないことになってしまうため、$q=0$になるのはわかりきっているので書かなくてよいわけです。
未知数は少ないほうがいいに決まってるよね。
結局、pの値だけ求めて①に入れてやれば、操作後の放物線の式が出ちゃいます。
そこから、問題とは逆の手順で操作をしていけば、Cの式が出せる。こうなればしめたもの。
あとはaやbを含む項の係数同士を比較してやりましょう！

僕が授業でやった方法が最も応用範囲が広く、同パターンの問題に対処できるので、まずはそのやり方が使いこなせるようになってほしいですが、もし問題中に「**原点を通る**」などという救いの言葉があったなら、断然こちらの方がベンリですので是非使ってみてくださいね！